

B

6
12-56

ARATOMME — OTTISK

...LUMAJANDUSE AKADEEMIA
ЭСТОНСКАЯ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННАЯ АКАДЕМИЯ



EESTI PÕLLUMAJANDUSE AKADEEMIA
TEADUSLIKE TÖÖDE KOGUMIK

МААРААНДУСЕ, ЕНІТУСМЕННААНИКА,
МААКОРРАЛДУСЕ JA МАТЕМААТИКААЛАСЕД ТООД

СБОРНИК НАУЧНЫХ ТРУДОВ
ЭСТОНСКОЙ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННОЙ АКАДЕМИИ

ТРУДЫ ПО МЕЛИОРАЦИИ, СТРОИТЕЛЬНОЙ
МЕХАНИКЕ, ЗЕМЛЕУСТРОЙСТВУ И МАТЕМАТИКЕ

53

Eesti Põllumajanduse Akadeemia
Raamatukogu
|
Bz 11607 | 1...eka.

B 6
12-58

О РАСЧЕТЕ ЭЛЕКТРОКРИСТАЛЛИЗАЦИОННЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ГАЛЬВАНИЧЕСКИХ ПОКРЫТИЯХ ПО ДЕФОРМАЦИИ ЛЕНТОЧНОГО КАТОДА

И. о. доцента, кандидат технических наук Я. П. Кыо
Кафедра строительной механики

В статье М. Я. Попереки [1] для определения электрокристаллизационных (действительных внутренних) напряжений в гальванических покрытиях по прогибу на конце консольно защемленного прямолинейного ленточного катода предлагается формула

$$\sigma = \frac{2[E_k(d^3/3 + dz^2 - d^2z) + E_n(t^3/3 + tz^2 + t^2z)]}{t^2(t+z)} \cdot \frac{dy}{dt} \quad (1)$$

Здесь E_k и E_n — модули упругости металлов катода и покрытия; d и l — толщина и длина катода; t — текущая толщина покрытия; y — прогиб на свободном конце катода; z — расстояние нейтральной линии от границы между катодом и покрытием, вычисляемое в виде суммы $z = z_1 + |z_2|$, где первое слагаемое

$$z_1 = \frac{E_k d^2 - E_n t^2}{2(E_k d + E_n t)} \quad (2)$$

определяет положение нейтральной линии при чистом изгибе, а второе слагаемое

$$|z_2| = \frac{d^3/3 + dz_1^2 - d^2z_1 + t^3/3 + tz_1^2 + t^2z_1}{(t+d)(t+z_1)} \quad (3)$$

учитывает смещение нейтральной линии от действия продольной силы.

С целью упростить расчеты по формулам (1) — (3) М. Я. Поперека предлагает при $t \ll d/3$ принимать $z = 2d/3$.

Для расчета электрокристаллизационных напряжений по углу закручивания цилиндрического винтового ленточного катода М. Я. Поперека дает формулы, которые можно получить из формул для прямолинейного ленточного катода, если в них величину dy/l^2 заменить на $d\varphi/4\pi Rn$, где φ , R , n — соответственно угол закручивания, радиус и число витков катода.

В работах М. Я. Попереки [2, 3] рекомендуется в формулы электрокристаллизационных напряжений ввести множитель $1/(1 - \mu_n)$ (μ_n — коэффициент Пуассона металла покрытия), учитывающий наличие плоского напряженного состояния.

Достоинство расчетного метода М. Я. Попереки перед ранее известными [4—7 и др.] состоит в том, что он свободен от предположения о постоянстве искомым напряжений в процессе наращивания. Однако этот метод требует уточнения.

Заметим прежде всего, что в методе М. Я. Попереки допущена неточность при определении смещения нейтральной линии от действия продольной силы. Чтобы убедиться в этом, составим

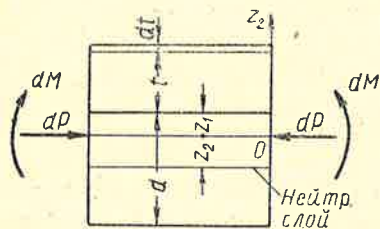


Рис. 1.

уравнение нейтральной линии для катода с покрытием, находящегося в условиях чистого изгиба и сжатия (рис. 1), и определим величину $|z_2|$.

Используя формулу для напряжений в неоднородном стержне [8], получаем уравнение нейтральной линии

$$dP/B + z_2 dM/D = 0. \quad (4)$$

Здесь B и D — приведенные жесткости катода с покрытием при растяжении-сжатии и изгибе, определяемые выражениями

$$B = b(E_k d + E_n t),$$

$$D = b[E_k(d^3/3 + d z_1^2 - d^2 z_1) + E_n(t^3/3 + t z_1^2 + t^2 z_1)],$$

где b — ширина катода.

Из уравнения (4) после подстановки приращений силы $dP = \sigma b d t$ и момента $dM = \sigma b (z_1 + t) dt$ находим

$$|z_2| = i^2 / (z_1 + t), \quad (5)$$

где $i = \sqrt{D/B}$ — приведенный радиус инерции поперечного сечения катода с покрытием.

Если из выражения (5) исключить величину i , то получаем формулу

$$|z_2| = \frac{E_k(d^3/3 + d z_1^2 - d^2 z_1) + E_n(t^3/3 + t z_1^2 + t^2 z_1)}{(E_k d + E_n t)(z_1 + t)}, \quad (6)$$

которая не совпадает с выражением (3).

М. Я. Поперека определяет смещение $|z_2|$ по выражению (5), но вычисляет радиус инерции составного сечения по формуле $i = \sqrt{J/F}$, где J и F — момент инерции и площадь поперечного сечения катода с покрытием. Таким образом, М. Я. Поперека

отождествляет радиусы инерции поперечных сечений биметаллического и однородного стержней. По этой причине при неравных модулях упругости металлов катода и покрытия формула (3) оказывается недействительной.

Теперь, после уточнения величины $|z_2|$, расчет электрокристаллизационных напряжений по трем довольно громоздким формулам (1) — (3) можно свести к расчету по одной компактной формуле.

Определим расстояние z . Складывая величины z_1 и $|z_2|$ по формулам (2) и (6), после преобразований получаем

$$z = \frac{2d^3 + 3d^2t - \vartheta t^3}{3(d^2 + 2dt + \vartheta t^2)}, \quad (7)$$

где $\vartheta = E_n/E_k$.

Попутно заметим, что предложение М. Я. Попереки — при $t \leq d/3$ принимать $z = 2d/3$, связано со значительной погрешностью. Так, например, при $\vartheta = 2$ ошибка достигает 29%, что можно установить при помощи формулы (7).

Подставляя значение z по выражению (7) в соотношение (1) и производя преобразования, для электрокристаллизационных напряжений получаем формулу

$$\sigma = \frac{E_k}{3l^2} \cdot \frac{\vartheta(d+t)^4 + (1-\vartheta)(d^4 - \vartheta t^4)}{(d+t)^2 - (1-\vartheta)l^2} \cdot \frac{dy}{dt}. \quad (8)$$

При вычислениях по этой формуле прогиб y считается положительным, если он направлен в сторону покрытия.

Отметим, что для получения формулы (8) нет надобности в определении величины $|z_2|$: Действительно, если в соотношение (1) подставить значение $z = z_1$ по выражению (2), то после преобразований снова придем к формуле (8). Это объясняется тем, что зависимость

$$dy = l^2 dM/2D,$$

на которой основана формула (1), справедлива также и в том случае, если приращение момента dM и приведенная жесткость D вычисляются относительно нейтральной линии при чистом изгибе.

Чтобы получить формулу для расчета электрокристаллизационных напряжений по углу закручивания цилиндрического винтового ленточного катода, заменим в выражении (8) величину dy/l^2 на $d\varphi/4\pi Rn$. Тогда найдем

$$\sigma = \frac{E_k}{12\pi Rn} \cdot \frac{\vartheta(d+t)^4 + (1-\vartheta)(d^4 - \vartheta t^4)}{(d+t)^2 - (1-\vartheta)l^2} \cdot \frac{d\varphi}{dt}. \quad (9)$$

В этой формуле угол φ считается положительным, если при наращивании наружного покрытия катод раскручивается, а при наращивании внутреннего покрытия — закручивается.

Формулы (8) и (9) были получены для узкого ленточного катода, ширина которого значительно меньше его длины. Расчет электрокристаллизационных напряжений по деформации широкого ленточного катода, ширина которого соизмерима с его длиной, требует специального исследования.

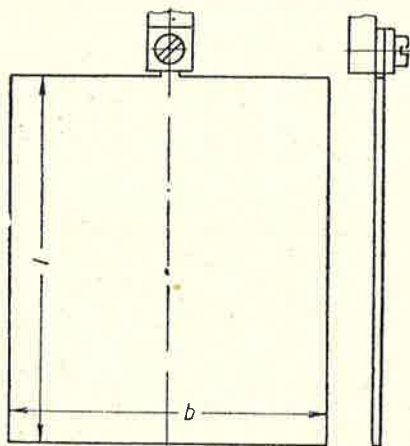


Рис. 2.

Для частного случая, когда катод представляет собой прямоугольную пластинку, заземленную на малом участке края (рис. 2), можно получить расчетную формулу, если в выражении (8) модули упругости E_k и E_n заменить соответственно величинами $E_k/(1 - \mu_k)$ (μ_k — коэффициент Пуассона металла катода) и $E_n/(1 - \mu_n)$. В итоге

$$\sigma = \frac{E_k}{3(1 - \mu_k)t^2} \cdot \frac{\nu(d+t)^4 + (1 - \nu)(d^4 - \nu t^4)}{(d+t)^2 - (1 - \nu)t^2} \cdot \frac{dy}{dt}, \quad (10)$$

где

$$\nu = E_n(1 - \mu_k)/E_k(1 - \mu_n).$$

Более строгий вывод формулы (10) для пластинчатого катода произвольной формы приведен в работе [9]. Для частного случая, когда $\mu_k = \mu_n$, эту формулу можно получить на основании формул работ [6, 7].

Надо заметить, что предложение М. Я. Попереки, относящееся к учету плоского напряженного состояния, обосновано только для частного случая, когда $\mu_k = \mu_n$. В этом нетрудно убедиться путем сравнения формулы (10) с формулой, которая получается, если согласно предложению М. Я. Попереки в правую часть выражения (8) ввести множитель $1/(1 - \mu_n)$.

В частных случаях, когда постоянные упругости металлов катода и покрытия равны ($E_k = E_n = E$, $\mu_k = \mu_n = \mu$) или толщина покрытия пренебрежимо мала по сравнению с толщиной катода ($t \ll d$), формулы (8)–(10) значительно упрощаются и принимают вид, указанный в таблице.

Формула	Частный случай	
	$E_k = E_n = E$, $\mu_k = \mu_n = \mu$	$t \ll d$
(8)	$\sigma = \frac{E(d+t)^2}{3l^2} \cdot \frac{dy}{dt}$	$\sigma = \frac{E_k d^2}{3l^2} \cdot \frac{dy}{dt}$
(9)	$\sigma = \frac{E(d+t)^2}{12\pi Rn} \cdot \frac{d\varphi}{dt}$	$\sigma = \frac{E_k d^2}{12\pi Rn} \cdot \frac{d\varphi}{dt}$
(10)	$\sigma = \frac{E(d+t)^2}{3(1-\mu)l^2} \cdot \frac{dy}{dt}$	$\sigma = \frac{E_k d^2}{3(1-\mu_k)l^2} \cdot \frac{dy}{dt}$

В заключение отметим, что формулами (8)–(10), выведенными для случая наращивания, можно также пользоваться в случае, если прогиб или угол закручивания измеряются в процессе постепенного снятия металла покрытия элементарными слоями.

ЛИТЕРАТУРА

1. Поперека М. Я. Метод расчета действительных внутренних напряжений в гальванических покрытиях. Заводская лаборатория, 1964, т. 30, № 4.
2. Поперека М. Я. Об определении действительных внутренних напряжений, возникающих в металлах при электрокристаллизации. Уч. зап. Новосиб. гос. пед. ин-та, 1965, вып. 20.
3. Поперека М. Я. Внутренние напряжения электролитически осаждаемых металлов. Западно-Сиб. кн. изд-во, 1966.
4. Stoney G. The tension of metallic films deposited by electrolysis. Proc. Roy. Soc., 1909, v. A 82, p. 172.
5. Brenner A., Senderoff S. Calculation of stress in electrodeposits from the curvature of a plated strip. J. Res. Nat. Bur. Stand., 1949, v. 42, No 2.
6. Кыо Я. П. Расчет собственных напряжений в гальванических покрытиях по деформации катодной пластинки. Сб. научн. тр. Эст. сельскохозяй. акад., 1959, № 13.
7. Давиденков Н. Н. Об измерении остаточных напряжений в электролитических покрытиях. Физика твердого тела, 1960, т. 2, вып. 11.
8. Биргер И. А. Неравномерно нагретые стержни с переменными параметрами упругости. В сб. «Расчеты на прочность. Вып. 7.» Машгиз, 1961.
9. Кыо Я. П. Определение собственных напряжений в деталях машин, восстановленных гальваническими покрытиями. Кандидатская диссертация. ЛСХИ, 1965.

ELEKTROKRISTALLISATSIOONIPINGETE ARVUTAMISEST LINTKATOODI DEFORMATSIOONI JÄRGI

Dotsendi kt., tehnikateaduste kandidaat J. Kõo

Ehitusmehaanika kateeder

Resümee

Artiklis täpsustatakse M. J. Popereka töodes [1...3] antud elektrokristallisatsioonipingete arvutamise meetodit. Seejuures käsitletakse arvutusi sirge lintkatoodi vaba otsa joonsiirde ja krurvijoonelise lintkatoodi väändenurga järgi.

ÜBER DIE BERECHNUNG VON ELEKTROKRISTALLISATIONSSPANNUNGEN NACH DER FORMÄNDERUNG EINER STREIFENKATHODE

J. Kõo

Zusammenfassung

Im Beitrag wird die in den Arbeiten von M. J. Popereka [1...3] gegebene Methode zur Berechnung der Elektrokristallisationsspannungen präzisiert. Dabei werden die Berechnungen nach der Verschiebung des Endpunktes einer geraden Streifenkathode und nach dem Verdrehungswinkel einer schraubenförmigen Streifenkathode behandelt.

EPA Raamatukogu