EESTI PÕLLUMAJANDUSÜLIKOOL

EPMÜ

TEADUSLIKE TÖÖDE KOGUMIK

TRANSACTION OF THE ESTONIAN AGRICULTURAL UNIVERSITY

184

MAAEHITUS
RURAL BUILDING

TARTU 1995

EPMU TEADUSLIKE TÖÖDE KOGUMIK NR 184

TRANSACTIONS OF THE ESTONIAN AGRICULTURAL UNIVERSITY Nº 184

BESTIMMUNG VON EIGENSPANNUNGEN IN BIMETALLSTÄBE UND -PLATTEN

Jakub KÕO, Jaanus SOMELAR

Resümee. In diesem Beitrag wird die Theorie der verallgemeinerne mechanische Eigenspannungsmeßmethode dargestellt.

Auf Grund des allgemeinen Algorithmuses der mechanischen Spannungsanalysemethoden [1] beime Gebrauch der Integralnäherungsweise ableitet man die Gleichungen für die Berechnung der Eigenspannungen in Bimetallstäben und -platten nach der im Prozeß der Steigerung oder Verringerung des einen Schichtes auf der freien Fläche der anderen Schicht gemessenen Krümmung oder Dehnung. Die Gleichungen sind gebräuchlich für Rechteckstäbe und für Platten beliebiger Kontur. Man setzt voraus, daß im Prozeß der Änderung die Schichtdicke der Stab oder die Platte frei deformieren kann. Die Eigenspannungzustand des Stabes wird einachsig und in Richtung zur Stablange unveranderlich vorausgesetzt. In den Platten wird die Eigenspannungzustand mit gleichwertigen Hauptspannungen vorausgesetzt, die sich nur in Richtung zur Dicke ändern.

Sei es h_i, E_i, μ_i $(i=1,2)$ als Dicke, Elastizitätsmodul und Poisson-Zahl der ersten $(i=1)$ und zweiten $(i=2)$ Schicht.

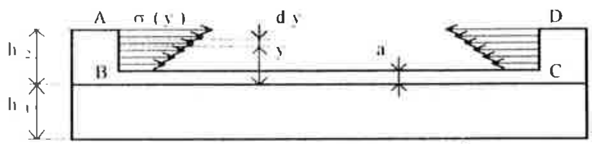

Bild 1. Schema

Legen wir die Eigenspannung $\sigma(a)$ fest, die in der zweiten Schicht in der Abstand a von der Kontaktfläche der Schichten bei Steigerung der Dicke von a bis endliche Dicke der Schichten h_2 (Bild 1) entsteht. Dazu trennen wir laut dem modifitzierten Schema von Birger [1] die Schichte mit Dicke h_2-a ab und kompensieren sie mit den auf die Fläche AB und CD auswirken den Eigenspannungen $\sigma(y)$ (y ist der Abstand von der Kontaktfläche). Wegen der

Eigenspannungen verfahrene Belastung bewirkt die Differenzen $\chi^*(a) = \chi(h_2) - \chi(a)$ und $\varepsilon^*(a) = \varepsilon(h_2) - \varepsilon(a)$ der Krümmung $\chi(a)$ und die Dehnung $\varepsilon(a)$ auf der freien Fläche der erste Schichte

Auf Grund der bekannten Voraussetzungen der Theorie von dem isotropen Stabes und Platten können wir folgende Integralgleichungen für die Bestimmung der Eigenspannung $\sigma(a)$ aufstellen:

$$6\int_a^{h_2} \sigma(y)\left[h_1^2 - \nu a^2 + 2B(a)y\right]dy = -E_1' D(a)\chi^*(a); \tag{1}$$

$$2\int_a^{h_2} \sigma(y)\left[H(a) + 3A'(a)y\right]dy = E_1' D(a)\varepsilon^*(a), \tag{2}$$

Hier sind

$$A(a) = h_1^2 + 2h_1 a + \nu a^2; \qquad B(a) = h_1 + \nu a;$$

$$D(a) = h_1^4 + 4\nu h_1^3 a + 6\nu h_1^2 a^2 + 4\nu h_1 a^3 + \nu^2 a^4;$$

$$A'(a) = h_1^2 + 2\nu h_1 a + \nu a^2, \qquad H(a) = h_1^3 - 3\nu h_1 a^2 - 2\nu a^3;$$

die Polynomen wobei benutzt man folgende Beziehungen

$$\nu = E'_2 / E'_1$$

und

$$E'_i = \begin{cases} E_i & \text{für Stäbe} \\ E_i/(1-\mu_i) & \text{für Platten} \end{cases} \qquad (i=1,\,2)$$

Die Gleichungen (1) und (2) sind die Integralgleichungen erster Art von Volterra. Löst man diese Gleichungen mit Reduktion zu Differentialgleichung erster Ordnung, so erhält man nachstehende Beziehungen für Initialspannungen $\bar{\sigma}(a)$ und Eigenspannungen $\sigma(a)$:

$$\bar{\sigma}(a) = \frac{E'_1}{6}\frac{D(a)}{A(a)}\frac{d\chi^*(a)}{da}; \tag{3}$$

$$\bar{\sigma}(a) = -\frac{E'_1}{2}\frac{D(a)}{C'(a)}\frac{d\varepsilon^*(a)}{da}; \tag{4}$$

$$\sigma(a) = \frac{E'_1}{6}\left[\frac{D(a)}{A(a)}\frac{d\chi'(a)}{da} + 4\nu\frac{C(a)}{A(a)}\chi^*(a) - 2\nu\int_a^{h_2}\frac{D(y)}{A^2(y)}\chi^*(y)dy\right]; \tag{5}$$

$$\sigma(a) = -E'_1\left[\frac{D(a)}{2C'(a)}\frac{d\varepsilon^*(a)}{da} + 2\nu\frac{C(a)}{C'(a)}\varepsilon^*(a) - 3\nu(h_1 + a)\int_a^{h_2}\frac{D(y)}{C'^2(y)}\varepsilon^*(y)dy\right]. \tag{6}$$

wobei

$$C(a) = h_1^3 + 3h_1^2 a + 3h_1 a^2 + \nu a^3,$$

$$C'(a) = h_1^3 + 3h_1^2 a + 3\nu h_1 a^2 + \nu a^3,$$

die Polynomen 3. Grades sind.

Für den homogene Stab oder die homogene Platte $E_1=E_2=E$, $\mu_1=\mu_2=\mu$ und die Gleichungen (3)-(6) gehen in folgende Beziehungen über.

$$\bar{\sigma}(a) = \frac{E'}{6}(h_1 + a)^2 \frac{d\chi^*(a)}{da}; \tag{7}$$

$$\bar{\sigma}(a) = -\frac{E'}{2}(h_1 + a)\frac{d\varepsilon^*(a)}{da}; \tag{8}$$

$$\sigma(a) = \frac{E'}{6}\left[(h_1 + a)^2 \frac{d\chi^*(a)}{da} + 4(h_1 + a)\chi^*(a) - 2\int_a^{h_2} \chi^*(y)dy\right]; \tag{9}$$

$$\sigma(a) = -E'\left[\frac{h_1 + a}{2}\frac{d\varepsilon^*(a)}{da} + 2\varepsilon^*(a) - 3(h_1 + a)\int_a^{h_2} \frac{\varepsilon^*(y)}{(h_1 + a)^2}dy\right]. \tag{10}$$

Der erste Teil der Gleichungen (5), (6), (9) und (10) legt die Initialspannung, der zweite und dritte Teil die Zusatzspannung fest. Bei Berechnung mit den Formeln (3), (5), (7) und (9) hält man die Krümmung positiv, wenn Bimetall biegt sic mit der Konvexität zur Schichte "2". Wenn man für die Bestimmung der Eigenspannungen die Schichte "2" entfernt (die Dicke der Schichte vermindet sich), nimmt man $\chi(h_2) = 0$; $\varepsilon(a) = 0$, d.h. $\chi^*(a) = -\chi(a)$ und $\varepsilon^*(a) = -\varepsilon(a)$.

Die anderen Möglichkeiten für die Berechnung von Eigenspannungen nach der gemessenen Krümmung (Durchbiegung) im Prozeß der Steigerung einer Schichte im zweischichtigen Stab werden in den Artikeln [3] und [4] behandelt. Der Fall, in dem für die Bestimmung der Eigenspannungen meßt die Krümmung (Durchbiegung) im Prozeß der Verringerung einer Schichte gemessen wird, sind in den Arbeiten [5] und [6] publiziert.

Die Beziehungen (7), (9) und (8), (10) sind früher in den Arbeiten [7] und [8] publiziert worden.

SCHRIFTTUM

1. Kõo, J. Determination of Residual Stresses in Coatings and Coated Parts. - Thesis of Tallinn Technical University, 1994.
2. Timoshenko, S., Woinowsky-Krieger, S. Theory of Plates and Shells. - New York etc.: McGraw-Hill, 1959.
3. Kõo, J. P. K opredeleniu ostatochnykh napryazhenii v narashchennykh na sterzhni pokrytiyakh metodom zamera progiba. - Sbornik nauchnykh trudov estonskoi selskokhozyaistvennoi akademii, Tartu, 1969, 53, 160-163, (in Russian).
4. Nikorich, P. I., Dekhtyar, L. I. Opredelenie ostatochnykh napryazhenii v pokrytiyakh s peremennym modulem uprugosti. - Elektronnaya obrabotka materiyalov, 1969, 1, (in Russian).
5. Birger, I. A. Ostatochnye napryazhenya. - Mashgiz, Moskva, 1963, (in Russian).
6. Peiter, A., Lode, W. Ermittlung von Eigenspannungen in Zweischichtigen Thermobimetallen. - Metall, 1983, 37, H.1, 40-43.
7. Kõo, J. Ob opredelenii ostatochnykh napryazhenii v elektroliticheskikh pokrytiyakh po progiby ploskovo katoda. - Sbornik nauchnykh trudov estonskoi selskohozyaistvennoi akademii, Tartu, 1969, 56, 151-155, (in Russian).
8. Kõo, J. Opredelenie ostatochnykh napryazhenii v narashchennykh na sterzhni i plastinki pokrytiyakh metodom zamera deformatsii. - Izvestiya vuzov. Mashinostroenie, 1969, 12, 47-51, (in Russian).

JÄÄKPINGETE MÄÄRAMINE BIMETALLVARRASTES JA - PLAATIDES

Jakub KÕO, Jaanus SOMELAR

Artiklis vaadeldakse jääkpingete mehaaniliste mõõtmismeetodite üldistatud teooriat.