ÄRATRÜKK — ОТТИСК СТАТЬИ

EESTI PÕLLUMAJANDUSE AKADEEMIA TEADUSLIKE TÖÖDE KOGUMIK

СБОРНИК НАУЧНЫХ ТРУДОВ ЭСТОНСКОЙ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННОЙ АКАДЕМИИ

TARTU 1959

EESTI NSV PÕLLUMAJANDUSE MINISTEERIUM
МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА ЭССР

EESTI PÕLLUMAJANDUSE AKADEEMIA TEADUSLIKE TÖÖDE KOGUMIK

PÕLLUMAJANDUSE MEHHANISEERIMISE ALASED TÖÖD

СБОРНИК НАУЧНЫХ ТРУДОВ ЭСТОНСКОЙ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННОЙ АКАДЕМИИ

ТРУДЫ ПО МЕХАНИЗАЦИИ СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА

13

EESTI PÕLLUMAJANDUSE AKADEEMIA VÄLJAANNE
ИЗДАНИЕ ЭСТОНСКОЙ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННОЙ АКАДЕМИИ
TARTU, 1959

РАСЧЕТ СОБСТВЕННЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ГАЛЬВАНИЧЕСКИХ ПОКРЫТИЯХ ПО ДЕФОРМАЦИИ КАТОДНОЙ ПЛАСТИНКИ *

Аспирант Я. П. КЫО

Кафедра сопротивления материалов и деталей машин Ленинградского сельскохозяйственного института

Собственные напряжения, возникающие в гальванических покрытиях при их формировании, обусловлены физико-химическими процессами в осажденном металле [1], приводящими к изменению объема.

Деформацию вырезанного из покрытия свободного элемента (бесконечно малого параллелепипеда), обусловленную различными физико-химическими процессами, будем называть собственной деформацией осадка.

Если на одну сторону катодной пластинки осаждать покрытие, то собственная деформация осадка вызывает деформацию пластинки, по которой можно рассчитать собственные напряжения в покрытии.

Расчет собственных напряжений по деформации односторонне покрытой полосы был рассмотрен в работах [2, 3]. В этих работах полоса с покрытием рассматривается как брус, т. е. предполагается, что элементы покрытия и полосы находятся в условиях линейного напряженного состояния. Однако напряженное состояние, существующее в покрытиях не соответствует такому предположению. Можно утверждать, что элементы покрытия, нанесенного на пластинку, находятся в условиях плоского напряженного состояния. Это подтверждается характером деформации пластинки: в результате нанесения одностороннего покрытия она изгибается примерно по сфере. Что касается покрытий, осажденных на тело другой формы (цилиндр, шар и друге), то элементы на свободной поверхности этих покрытий находятся, очевидно, также в условиях плоского напряженного состояния.

---

* Доложено в январе 1959 г. на конференции по итогам научно-исследовательской работы кафедр Ленинградского сельскохозяйственного института за 1958 год.

Поэтому следует в качестве катодов применять именно пластинки, а не брусья.

В настоящей статье рассматривается расчет собственных напряжений в гальванических покрытиях по деформации катодной пластинки при следующих, осуществляемых во время нанесения покрытия, вариантах закрепления края:

1) край свободен (рис. 1, а);
2) край жестко защемлен (рис. 1, б);
3) край жестко заделан (рис. 1, в).

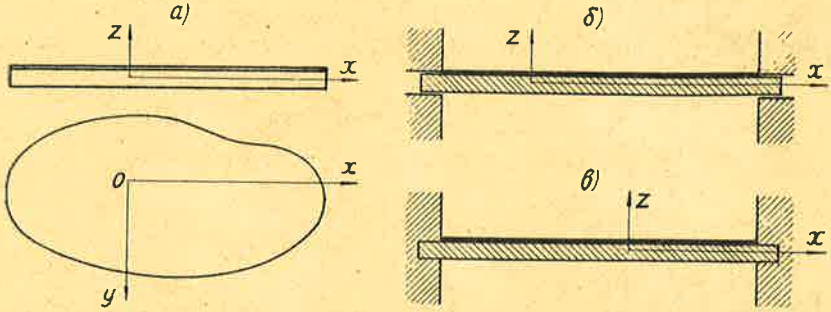

Рис. 1.

Чтобы создать катодной пластинке условия для деформации, предполагается освобождение ее края после нанесения покрытия во втором и третьем вариантах закрепления.

1. Исходные положения

В основу расчета положим следующие допущения.

1. Процесс осаждения покрытия рассмотрим как процесс последовательного наращивания элементарных слоев с бесконечно малой толщиной.

2. Собственная деформация осадка ределяется составляющими

$$\varepsilon'_x = \varepsilon'_y = \varepsilon'_z = \beta, \quad \gamma'_{xy} = \gamma'_{xz} = \gamma'_{yz} = 0, \tag{1}$$

где β — собственная линейная деформация осадка.

3. Собственную деформацию осадка считаем при определенных условиях электролиза и составе электролита равномерной.

4. Покрытие прочно сцепляется с основанием, так что при деформировании покрытой пластинки составляющие перемещения можно считать непрерывными функциями координат.

5. Прогибы катодной пластинки малы (во всяком случае не превышают общую толщину катода и покрытия).

6. Материалы покрытия и катода подчиняются закону Гука.

7. Коэффициенты Пуассона материалов покрытия и катодной пластинки одинаковы.

Пользуясь понятием исходной плоскости [4], элементы которой при изгибе не деформируются, примем эту плоскость за координатную плоскость xOy, а ось Oz направим вверх (рис. 1).

Поверхность, на которой лежат точки исходной плоскости после деформации пластинки, назовем исходной поверхностью.

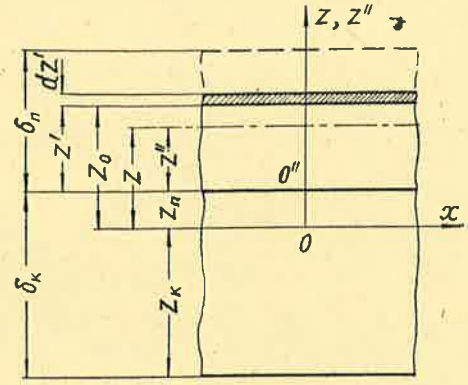

Рис. 2.

Пусть $\delta_п$ и $\delta_к$ соответственно толщины покрытия и катода, $z_п$ и $z_к$ — координаты z нижних граничных плоскостей покрытия и катода, $E_п$ и $E_к$ — нормальные модули упругости материалов покрытия и катода, μ — коэффициент Пауссона, z' — переменная толщина покрытия в процессе осаждения, z_0 — расстояние исходной плоскости от верхней граничной плоскости покрытия (рис. 2); z_0 определяется по формуле (18) работы [4], которая в наших обозначениях принимает следующий вид:

$$z_0 = \frac{E_п (z')^2 + E_к \delta_к (2z' + \delta_к)}{2(E_п z' + E_к \delta_к)}. \qquad (2)$$

2. Исходные собственные напряжения в покрытии

Сделанные выше допущения позволяют при расчете собственных напряжений в элементарном слое покрытия пользоваться решениями соответствующих задач термоупругости для многослойных пластинок, полученными в [4]. Для этого, как следует из допущения 2, надо в соответствующие формулы работы [4] вместо чисто тепловой линейной деформации αt подставить собственную линейную деформацию осадка β.

Равномерная собственная деформация наращенного на катодную пластинку элементарного слоя вызывает в точках са-

мого слоя и пластинки такое же напряженное состояние, как равномерный нагрев (охлаждение) того же слоя. Итак, напряженное состояние в точках элементарного слоя, наращенного на катодную пластинку при одном из приведенных выше вариантов закрепления ее края, а также в точках самой пластинки, определяется, как показано в [4], составляющими

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma, \quad \sigma_z = \tau_{xy} = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0, \tag{3}$$

которые не зависят от координат x и y.

Ясно, что наращивание последующих элементарных слоев не изменяет характера напряженного состояния, а изменяет только величину напряжений в катодной пластинке и в предыдущих слоях.

Собственные напряжения $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_n^*$, возникающие в элементарном слое после его наращивания, вычисляются независимо от способа закрепления катодной пластинки по формуле (47) работы [4], которая определяет напряжения, возникающие вследствие равномерного нагрева (охлаждения) элементарного слоя. Заменив в указанной формуле $\alpha_1 t_1$ через β и учитывая введенные нами здесь обозначения, имеем:

$$\sigma_n^* = -\frac{E_n \beta}{1-\mu}. \tag{4}$$

Напряжение σ_n^* будем в дальнейшем называть исходным собственным напряжением.

Поскольку наращивание на некоторый элементарный слой последующих слоев всегда уменьшает напряжение в нем, то напряжение σ_n^* является максимальным напряжением для данного покрытия. Поэтому установление величины σ_n^* представляет наибольший интерес.

Входящую в (4) собственную линейную деформацию осадка β можно вычислить по измеренной деформации катодной пластинки.

Выводим формулы для расчета β при указанных выше трех случаях закрепления края катодной пластинки.

3. Катодная пластинка со свободным краем

Рассмотрим катодную пластинку со свободным краем (рис. 1, а), на одну сторону которой наращивается последовательными элементарными слоями покрытие (рис. 2).

Равномерная собственная деформация наращенного на пластинку элементарного слоя вызывает деформацию такого же характера, как равномерный нагрев (охлаждение) того же слоя, т. е. пластинка изгибается по сферической поверхности [4].

Кривизну исходной поверхности обозначим через K и будем

считать, что она положительна, если центр кривизны расположен в сторону положительной оси Oz.

Собственная деформация элементарного слоя, наращенного на покрытие с толщиной z' (рис. 2), вызывает приращение dK кривизны исходной поверхности. Это приращение определим по формуле (57) работы [4]. Заменяя там $\alpha_1 t_1$ через β, K через dK, E_1 через E_n, E_3 через $E_к$, δ_1 через dz', δ_2 через z', δ_3 через $\delta_к$ и пренебрегая бесконечно малыми высшего порядка, имеем:

$$-6\beta\vartheta\frac{\vartheta(z')^2+2\delta_к z'+\delta_к^2}{\vartheta^2(z')^4+4\vartheta\delta_к(z')^3+6\vartheta\delta_к^2(z')^2+4\vartheta\delta_к^3 z'+\delta_к^4}\,dz'=dK, \qquad (5)$$

где

$$\vartheta=\frac{E_n}{E_к}. \qquad (6)$$

Вводя в (5) новую переменную

$$\xi=\frac{z'}{\delta_к} \qquad (7)$$

и интегрируя, имеем

$$\beta=-\frac{\psi\delta_к K}{6\vartheta}. \qquad (8)$$

Здесь

$$\frac{1}{\psi}=\int_0^k\frac{\vartheta\xi^2+2\xi+1}{\vartheta(\xi+1)^4+(\vartheta-1)(\vartheta\xi^4-1)}\,d\xi, \qquad (9)$$

где

$$k=\frac{\delta_n}{\delta_к}. \qquad (10)$$

Вычисление интеграла (9) в общем случае оказывается затруднительным. Однако этот интеграл можно найти для различных частных значений ϑ.

При $\vartheta=1$, т. е. $E_n=E_к=E$, интеграл (9) принимает следующий вид:

$$\frac{1}{\psi}=\frac{k}{k+1}. \qquad (11)$$

Подставляя (11) в (8), а затем исключая с помощью полученного выражения из (4) β, получим формулу, которая отличается от формулы (2) работы [2] наличием множителя $\frac{1}{1-\mu}$.

Произведя в (9) интегрирование при $\vartheta=2$, получим:

$$\frac{1}{\psi}=\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{6\sqrt{3}-9}}\left(\operatorname{Arth}\frac{k\sqrt{2\sqrt{3}-3}}{k+2-\sqrt{3}}+\operatorname{arctg}\frac{k\sqrt{2\sqrt{3}+3}}{k+2+\sqrt{3}}\right). \qquad (12)$$

В часто встречающихся на практике случаях, когда $k < 0{,}5$ и $\vartheta < 2$, можно в (9) членом $\vartheta\xi^4$ по сравнению с единицей пренебречь. Тогда вместо (9) имеем:

$$\frac{1}{\psi} \approx \int_0^k \frac{\vartheta\xi^2 + 2\xi + 1}{\vartheta(\xi+1)^4 + 1 - \vartheta}\, d\xi. \tag{13}$$

Приводим значения интеграла (13) для случаев $\vartheta < 1$ и $\vartheta > 1$.

1. $\vartheta < 1$, т. е. $E_n < E_к$

$$\frac{1}{\psi} \approx \frac{1-a^2}{2\sqrt{2}\,a}\left[\operatorname{arctg}\frac{ak\sqrt{2}\,(a^2+k+1)}{a^2(a^2-k^2)+(k+1)^2} + b\right] + a^2 \operatorname{arctg}\frac{a^2k(k+2)}{a^4+(k+1)^2} -$$

$$-\frac{a^2+1}{2\sqrt{2}\,a}\operatorname{Arth}\frac{ak\sqrt{2}(a^2-k-1)}{a^2(a^2+k^2)+(k+1)^2}. \tag{14}$$

Здесь

$$a = \sqrt[4]{\frac{1-\vartheta}{\vartheta}}; \tag{15}$$

$b = 0$ при $\varkappa\lambda > -1$;
$b = \pi$ при $\varkappa\lambda < -1$, $\varkappa > 0$;
$b = -\pi$ при $\varkappa\lambda < -1$, $\varkappa < 0$;

$$\lambda = \frac{a\sqrt{2}}{a^2-1}, \qquad \varkappa = \frac{a\sqrt{2}(k+1)}{a^2-(k+1)^2}. \tag{16}$$

2. $\vartheta > 1$, т. е. $E_n > E_k$

$$\frac{1}{\psi} \approx \frac{1+c^2}{2c}\operatorname{Arth}\frac{ck}{k+1-c^2} - c^2 \operatorname{Arth}\frac{c^2k(k+2)}{(k+1)^2-c^4} +$$

$$+\frac{1-c^2}{2c}\operatorname{arctg}\frac{ck}{c^2+k+1}, \tag{17}$$

где

$$c = \sqrt[4]{\frac{\vartheta-1}{\vartheta}}. \tag{18}$$

Если подставить (17) в (8), а затем с помощью полученного выражения из (4) исключить β, то получим формулу, которая отличается от формулы (38) работы [3] наличием множителя $\frac{1}{1-\mu}$.

В таблице 1 приводятся значения коэффициента ψ при $\vartheta = 2$ для различных значений k, вычисленные по точной формуле (12) и приближенной (17).

Таблица 1

k	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
ψ по формуле (12)	7,522	4,780	3,794	3,272	2,948
ψ по формуле (17)	7,522	4,769	3,781	3,250	2,914

Из таблицы видно, что формула (17) дает вполне удовлетворительную точность даже при $k = 1$.

Исследуем распределение напряжений по толщине катодной пластинки и покрытия, ограничиваясь при этом случаем, когда $\vartheta = 1$.

Для удобства расчета введем дополнительную координату $O''z''$, направление которой совпадает с направлением оси Oz, а начало находится на плоскости контакта (рис. 2).

Из рис. 2 легко видеть, что

$$z = z_n + z'' = \frac{\delta_к - z' + 2z''}{2}. \tag{19}$$

Нормальные напряжения на элементарных площадках, проведенных в катодной пластинке перпендикулярно к плоскости xOy, обозначим через $\sigma_к$, а на площадках, проведенных таким же образом в покрытии, через $\sigma_п$.

Приращение $d\sigma_к$ напряжения $\sigma_к$ на уровне z'' в катодной пластинке, вызванное собственной деформацией элементарного слоя толщиной dz', найдем по второй формуле (60) работы [4]. Заменив там K через dK, δ_2 через $\delta_к + z'$, δ_1 через dz', которым по сравнению с $\delta_к$ пренебрегаем и подставив z по (19), получим:

$$d\sigma_к = -\frac{E\,dK}{1-\mu}\left(\frac{\delta_к + z'}{6} + \frac{\delta_к + 2z'' - z'}{2}\right). \tag{20}$$

При $\vartheta = 1$ из (5) с учетом (4) найдем:

$$dK = \frac{1-\mu}{E} \cdot \frac{6\sigma_п^* \, dz'}{(\delta_к + z')^2}. \tag{21}$$

Подставляя (21) в (20), находим:

$$d\sigma_к = -\sigma_п^*\left[\frac{1}{\delta_к + z'} + \frac{3(\delta_к + 2z'' - z')}{(\delta_к + z')^2}\right]dz'. \tag{22}$$

Просуммировав по всей толщине покрытия (от 0 до $\delta_п$), найдем:

$$\sigma_к = 2\sigma_п^*\left[\ln(k+1) - \frac{3k(1-\eta)}{k+1}\right], \tag{23}$$

где

$$\eta = -\frac{z''}{\delta_к}. \tag{24}$$

Рассмотрим напряжение σ_n на некотором уровне z'' (рис. 2) в покрытии.

Если $z' = z''$, то $\sigma_n = \sigma_n^*$. В процессе дальнейшего наращивания ($z' > z''$) напряжение на уровне z'' изменяется. Это изменение, которое возникает вследствие наращивания покрытия от толщины $z' = z''$ до толщины $z' = \delta_n$, обозначим через $\Delta\sigma_n$. Тогда

$$\sigma_n = \sigma_n^* + \Delta\sigma_n. \tag{25}$$

Собственная деформация элементарного слоя толщиной dz' (рис. 2) вызывает приращение $d(\Delta\sigma_n)$, которое при $\vartheta = 1$ определяется уравнением (22).

$$d(\Delta\sigma_n) = -\sigma_n^*\left[\frac{1}{\delta_к + z'} + \frac{3(\delta_к + 2z'' - z')}{(\delta_к + z')^2}\right]dz'. \tag{26}$$

Интегрируя в пределах от z'' до δ_n и подставляя результат в (25), получим:

$$\sigma_n = \sigma_n^*\left[1 + 2\ln\frac{k+1}{\zeta k + 1} - \frac{6k(1-\zeta)}{k+1}\right], \tag{27}$$

где

$$\zeta = \frac{z''}{\delta_n}. \tag{28}$$

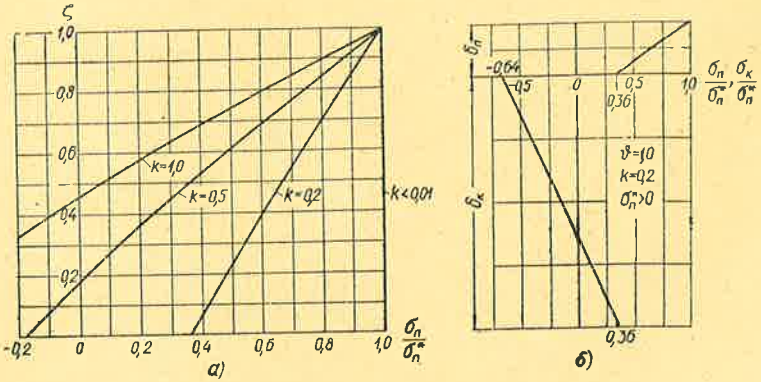

Рис. 3.

На рис. 3, а приводятся эпюры напряжений σ_n для различных значений k, построенные по (27) в предположении, что $\sigma_n^* > 0$. Эпюры напряжений σ_n и $\sigma_к$ при $k = 0{,}2$ приведены на рис. 3, б.

4. Катодная пластинка с жестко защемленным краем

Пусть имеется катодная пластинка произвольной формы с жестко защемленным краем (рис. 1, б), на одну сторону которой наращивается покрытие.

Собственная деформация элементарного слоя (рис. 2) изменит напряжение в катодной пластинке на $d\sigma'_к$. Это приращение определим по третьей формуле (46) работы [4]. Заменив там δ_1 через dz', δ_2 через z', δ_3 через $\delta_к$, $\alpha_1 t_1$ через β, E_1 через $E_п$, E_3 через $E_к$ и пренебрегая $\vartheta dz'$, по сравнению с $\delta_к$, имеем:

$$d\sigma'_к = \frac{E_п \beta}{1-\mu} \cdot \frac{dz'}{\nu z' + \delta_к}. \qquad (29)$$

Интегрируя в пределах от 0 до $\delta_п$ и учитывая (4), получим:

$$\sigma'_к = -\frac{E_к \beta}{1-\mu} \ln \frac{\delta_к}{\vartheta \delta_п + \delta_к} = -\frac{\delta_п^*}{\vartheta} \ln (\vartheta k + 1). \qquad (30)$$

Как и для пластинки со свободным краем, напряжение $\sigma'_п$ на уровне z'' (рис. 2) в покрытии определяется по (25).

Собственная деформация элементарного слоя (рис. 2) вызывает приращение $d(\Delta\sigma'_п)$, которое определим по второй формуле (46) работы [4]. Заменив там $\alpha_1 t_1$ через β, δ_1 через dz', δ_2 через z', δ_3 через $\delta_к$, E_1 через $E_п$, E_3 через $E_к$ и пренебрегая $\vartheta dz'$ по сравнению с $\delta_к$, получим:

$$d(\Delta\sigma'_п) = \frac{E_п \beta}{1-\mu} \cdot \frac{\vartheta dz'}{\vartheta z' + \delta_к}. \qquad (31)$$

Интегрируя в пределах от z'' до $\delta_п$ и подставляя результат в (25), с учетом (4) найдем:

$$\sigma'_п = -\frac{E_п \beta}{1-\mu}\left(1 + \ln \frac{\vartheta z'' + \delta_к}{\vartheta \delta_п + \delta_к}\right) = \sigma_п^*\left(1 + \ln \frac{\vartheta \zeta k + 1}{\vartheta k + 1}\right). \qquad (32)$$

Эпюры напряжений $\sigma'_п$, построенные по (32) при $\vartheta = 1$ и $\sigma_п^* > 0$ для различных k, показаны пунктирной линией на рис. 4, а. Распределение напряжений $\sigma'_п$ и $\sigma'_к$ при $\vartheta = 1$, $k = 0{,}5$, $\sigma_п^* > 0$, показано на рис. 4, б пунктиром.

Неизвестную пока величину β определим по деформации, которая возникает после освобождения края катодной пластинки.

В результате освобождения края пластинка изгибается, и к напряжениям (30) и (32) следует добавить напряжения изгиба:

$$\sigma''_к = -\frac{E_к K z}{1-\mu}, \qquad \sigma''_п = -\frac{E_п K z}{1-\mu}. \qquad (33)$$

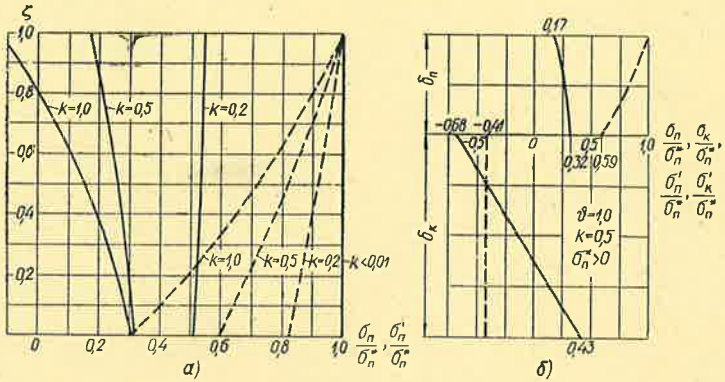

Рис. 4.

Тогда, учитывая еще, что при $z' = \delta_n$ $z = z_0 - \delta_n + z''$ (рис. 2), имеем:

$$\left.\begin{aligned} \sigma_n &= -\frac{E_n \beta}{1-\mu}\left(1 + \ln\frac{\vartheta z'' + \delta_\kappa}{\vartheta\delta_n + \delta_\kappa}\right) - \frac{E_n K}{1-\mu}(z_0 - \delta_n + z''), \\ \sigma_\kappa &= -\frac{E_\kappa \beta}{1-\mu}\ln\frac{\delta_\kappa}{\vartheta\delta_n + \delta_\kappa} - \frac{E_\kappa K}{1-\mu}(z_0 - \delta_n + z''). \end{aligned}\right\} \qquad (34)$$

После освобождения края должно быть выполнено условие:

$$\int_0^{\delta_n} \sigma_n z''\,dz'' + \int_{-\delta_\kappa}^{0} \sigma_\kappa z''\,dz'' = 0. \qquad (35)$$

Подставив (34) в (35) и произведя интегрирование, с учетом (2) получим:

$$\beta = -\frac{\vartheta\delta_\kappa K}{3} \cdot \frac{\vartheta(k+1)^4 + (\vartheta-1)(\vartheta k^4 - 1)}{\vartheta k(\vartheta k+2)(\vartheta k+1) - 2(1-\vartheta)(\vartheta k+1)\ln(\vartheta k+1)}. \qquad (36)$$

Подставив (36) при $\vartheta = 1$ в (4), получим для вычисления σ_n^* формулу, которая отличается от соотношения (23) работы [3] наличием множителя $\frac{1}{1-\mu}$.

Исследуем напряжения по толщине покрытия и пластинки при $\vartheta = 1$.

Подставив $z_0 = 0{,}5\ (\delta_n + \delta_\kappa)$ в (34), с учетом (4), (24), (28) и (36) получим:

$$\left.\begin{aligned} \sigma_n &= \sigma_n^*\left[1 - \frac{3k(k+2)(1-k+2\zeta k)}{2(k+1)^3} - \ln\frac{k+1}{\zeta k+1}\right], \\ \sigma_\kappa &= \sigma_n^*\left[\frac{3k(k+2)(k-1+2\eta)}{2(k+1)^3} - \ln(k+1)\right]. \end{aligned}\right\} \qquad (37)$$

На рис. 4, а сплошной линией показаны эпюры напряжений σ_n при $\vartheta = 1$, $\sigma_n^* > 0$ для различных значений k. Эпюры напряжений σ_n и $\sigma_к$, при $\vartheta = 1$, $\sigma_n^* > 0$, $k = 0{,}5$, показаны на рис. 4, б сплошной линией.

5. Катодная пластинка с жестко заделанным краем

Пусть на одну сторону катодной пластинки любой формы с жестко заделанным краем (рис. 1, в) осаждается покрытие. В этом случае собственная деформация элементарного слоя (рис. 2) не меняет величину напряжений в ранее осажденных слоях. Собственные напряжения, одинаковые во всех точках покрытия и равные σ_n^*, определяются формулой (4). Входящую в (4) интенсивность собственной линейной реформации β определим по деформации катодной пластинки, возникающей после освобождения края.

Не останавливаясь на выводе, приводим формулу для вычисления β:

$$\beta = -\frac{\delta_к K}{6\vartheta} \cdot \frac{\vartheta(k+1)^4 + (\vartheta - 1)(\vartheta k^4 - 1)}{k(k+1)}. \qquad (38)$$

Если здесь пренебречь членом ϑk^4 и подставить полученное выражение в (4), то приходим к формуле, которая отличается от уравнения (33) работы [3] множителем $\frac{1}{1-\mu}$.

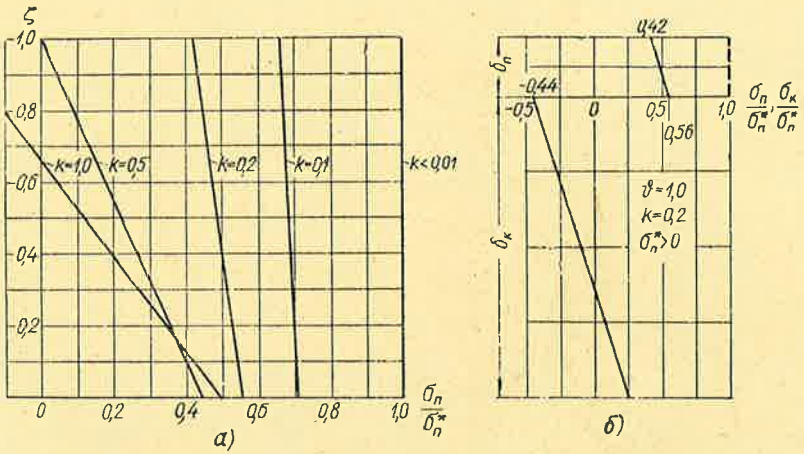

Рис. 5.

Распределение напряжений по толщине покрытия и пластинки после освобождения края определяется при $\vartheta = 1$ следующими уравнениями:

$$\left.\begin{aligned}\sigma_n &= \sigma_n^*\left[\frac{1}{k+1} - \frac{3k(1-k+2\zeta k)}{(k+1)^3}\right],\\ \sigma_к &= -\sigma_n^*\left[\frac{k}{k+1} + \frac{3k(1-k-2\eta)}{(k+1)^3}\right].\end{aligned}\right\} \quad (39)$$

На рис. 5, а приведены эпюры напряжений σ_n при $\sigma_n^* > 0$ для различных значений k. Распределение напряжений σ_n и σ_k при $k = 0{,}2$ и $\sigma_n^* > 0$ показано на рис. 5, б сплошной линией; пунктирной линией показано распределение напряжений до освобождения края.

Заключение

1. Введение понятия о собственной деформации осадка позволяет разработать на основании уравнений термоупругости более общую, по сравнению с существующей, теорию расчета собственных напряжений в гальванических покрытиях.

2. Наибольшее практическое значение имеют исходные собственные напряжения в покрытии, для расчета которых предложена формула (4). Входящая в нее собственная линейная деформация осадка β вычисляется по измеренной кривизне K катодной пластинки на основании (8), (36) или (38).

3. Общепринятые формулы дают применительно к покрытиям, осажденным на пластинки, в $\frac{1}{1-\mu}$ раз пониженные значения собственных напряжений.

4. Предложенные формулы, как и различные зависимости работы [4], которые использованы в этой работе, неверны вблизи края пластинки. На основании принципа Сен—Венана можно эти формулы считать верными на расстоянии от края большем, чем общая толщина катодной пластинки и покрытия.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Т. Ваграмян и З. А. Соловьева. Методы исследования процессов электроосаждения металлов. Изд-во АН СССР, 1955.
2. G. Stoney The tension of metallic films deposited by electrolysis. Proc. Roy. Soc., vol. 82 A, p. 172, 1909.
3. A. Brenner and S. Senderoff. Calculation of stress in electrodeposits from the curvature of a plated strip. J. Res. Nat. Bur. Stand., vol. 42, No 2, 1949.
4. Я. Кыо. Термоупругие напряжения в многослойных пластинках при переменном по толщине нагреве. Сб. научных трудов Эстонской сельскохозяйственной академии, т. 11, 1959.

OMAPINGETE ARVUTAMINE GALVAANILISTES KATETES ÕHUKESE KATOODPLAADI DEFORMATSIOONI JÄRGI

Aspirant J. Kõo

Leningradi Põllumajanduse Instituudi tugevusõpetuse ja masinaelementide kateeder

Kokkuvõte

Maksimaalsete omapingete arvutamiseks galvaanilistes katetes on saadud valem (4) E_n, μ ja β tähistavad vastavalt katte elastsusmoodulit, Poisson'i tegurit ja vaba joondeformatsiooni. Vaba joondeformatsiooni intensiivsus β arvutatakse ühepoolselt kaetud õhukese katoodplaadi eksperimentaalselt mõõdetud deformatsiooni järgi. Vastavad arvutusvalemid on toodud käesolevas töös.

BERECHNUNG VON EIGENSPANNUNGEN IN GALVANISCHEN NIEDERSCHLÄGEN NACH FORMÄNDERUNG EINER DÜNNEN KATHODISCHEN PLATTE

J. Kõo

Zusammenfassung

Für die Berechnung maximaler Eigenspannungen in galvanischen Niederschlägen wird die Formel (4) vorgeschlagen. In dieser Formel ist mit E_n der Elastizitätsmodul, mit μ die Poissonsche Konstante und mit β die Intensität der freien Dehnung des galvanischen Niederschlages bezeichnet. Der Wert für β wird berechnet nach den experimentellen Ergebnissen der Messungen der Formänderung einer einseitig bedeckten dünnen kathodischen Platte, auf der Grundlage der in der vorliegenden Arbeit ermittelten Formel.