

ЭСТОНСКАЯ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННАЯ АКАДЕМИЯ

**ПРОБЛЕМЫ ЭФФЕКТИВНОСТИ РЕМОНТА
И ТЕХНИЧЕСКОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ
МАШИННО-ТРАКТОРНОГО ПАРКА
РЕСПУБЛИКИ**

**СБОРНИК
НАУЧНЫХ ТРУДОВ
ЭСТОНСКОЙ
СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННОЙ АКАДЕМИИ**

160

Тарту 1988

МОДЕЛИРОВАНИЕ ИЗГИБА ПРЯМОЙ ПОЛОСОВОЙ ПОДЛОЖКИ С ПОКРЫТИЕМ

Я.П. Кус, Х.Я. Лилле

Эстонская сельскохозяйственная академия

1. Введение

В методе изгиба плоской подложки для определения остаточных напряжений в покрытиях подложка имеет обычно форму прямой полосы (узкой прямоугольной пластинки) [1] или прямоугольной пластинки, близкой к квадратной [2,3]. Расчет остаточных напряжений для наращиваемых с одной стороны прямоугольных пластинок (широких полос) изложен в ряде работ (см. например [2-4]). Поскольку подложки такой формы явно изгибаются по сферической поверхности, то расчет, основанный на решении задачи чистого (сферического) изгиба пластинки [5] обычно сомнений не вызывает. Однако в случае, когда подложка имеет форму прямой относительно узкой полосы, мнения разных авторов о характере деформации подложки расходятся.

В ранних работах, обзор по которым можно найти в монографии [1], а также в некоторых новых (в [6, 7], например), авторы полагают, что в системе подложка-покрытие существует одноосное напряженное состояние и изгиб происходит по дуге окружности. В некоторых публикациях (в [8], например) принимают, что при наращивании покрытия на полосу имеет место цилиндрический изгиб, причем напряженное состояние системы подложка-покрытие полагают двухосным. Наконец, существует еще мнение [9], что полоса с покрытием при малых деформациях изгибается подобно пластинке по сферической поверхности.

Таким образом, возникла необходимость в выяснении влияния ширины полосовой подложки на изгиб при нанесении покрытия. Нами сделана попытка решить этот вопрос экспериментально. С целью избежать влияния неравномерности толщины покрытия, которая в некоторой степени наблюдается при нанесении почти всех покрытий, изгиб системы полоса-покрытие моделировался изгибом полосовых образцов из термобиметалла при равномерном нагреве.

В силовых методах определения остаточных напряжений в покрытиях подложка с покрытием изгибается сосредоточенными внешними силами. При этом система подложка-покрытие обычно рассматривается как двухслойный брус [10, 11]. Так как полосовая подложка с покрытием имеет прямоугольное поперечное сечение, вытянутое вдоль ширины, то изгиб ее внешними силами рекомендуется рассматривать как цилиндрический [12]. Чтобы выявить пределы применимости этой рекомендации, нами моделировался изгиб полосовой подложки с покрытием при нагружении ее внешними сосредоточенными силами. В качестве образцов были при этом использованы полосы из термобиметалла.

В данной работе рассмотрены теоретические вопросы и результаты моделирования изгиба прямой полосовой подложки с покрытием.

2. Изгиб пластинки при наращивании или удалении покрытия

Рассмотрим подложку в форме тонкой прямоугольной пластинки толщиной h_1 (рис. 1). На одной боковой поверхности пластинки имеется покрытие, толщина a которого непрерывно изменяется от 0 до h_2 (наращивание) или от h_2 до 0 (удаление). Действующие в покрытии остаточные напряжения $\sigma_{ост}$ предполагаем вне зон краевого эффекта переменными только по толщине. Краевую зону исключим по схеме, предложенной И.А. Биргером [13]. Напряженное состояние покрытия считаем плоским, причем напряжения в плоскости пластинки одинаковы во всех направлениях.

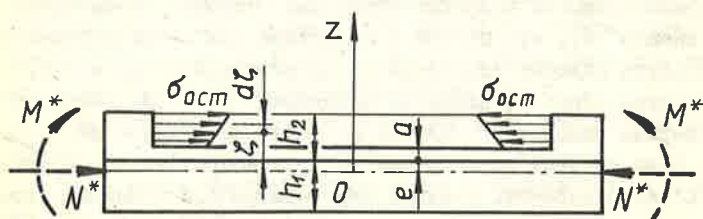


Рис. 1. Расчетная схема

Для исследования деформации подложки с покрытием выделим из покрытия слой толщиной $h_2 - a$. Действие выделенного слоя на оставшуюся часть покрытия заменим приложенными к плоскостям среза остаточными напряжениями $\sigma_{ост}$, которые предполагаем растягивающими.

Принцип Сен-Венана позволяет привести остаточные напряжения к краевым усилиям

$$N^* = \int_a^{h_2} \sigma_{ост} dz \quad (1)$$

и моментам

$$M^* = \int_a^{h_2} \sigma_{ост} (e + z) dz. \quad (2)$$

В этих выражениях z и e — расстояния от плоскости контакта подложки и покрытия до рассматриваемого слоя покрытия и до исходной плоскости соответственно.

Таким образом, приходим к задаче о сжатии подложки с покрытием силами N^* и об изгибе моментами M^* . Эту задачу решаем с привлечением известных допущений технической теории упругих изотропных пластинок [5]. Считаем справедливым закон Гука, причем параметры упругости принимаем переменными по толщине подложки и покрытия. Используя обозначение $E' = E/(1-\mu)$, где E , μ — модуль упругости и коэффициент Пуассона, запишем зависимость между напряжениями и параметрами деформации исходной плоскости ε_0 , $\chi_0 z$:

$$\sigma = E' (\varepsilon_0 - \chi_0 z). \quad (3)$$

Определим внутренние усилия:

$$N = \int_{-(h_1 - e)}^{e+a} \sigma dz, \quad M = - \int_{-(h_1 - e)}^{e+a} \sigma z dz. \quad (4)$$

Подстановка выражения (3) в (4) дает зависимости между внутренними усилиями и параметрами деформации ε_0, χ_0 :

$$\left. \begin{aligned} N &= B\varepsilon_0 - C\chi_0, \\ M &= -C\varepsilon_0 + D\chi_0, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где

$$B = \int_{-(h_1-e)}^{e+a} E' dz; \quad C = \int_{-(h_1-e)}^{e+a} E' z dz; \quad D = \int_{-(h_1-e)}^{e+a} E' z^2 dz.$$

Задачу растяжения-сжатия можно отделить от задачи об изгибе. Для этого будет достаточно выбирать положение исходной плоскости из условия $C=0$. Тогда, учитывая, что $N=-N^*$ и $M=M^*$, из выражений (5) определим деформацию и кривизну исходной плоскости:

$$\varepsilon_0 = -N^*/B, \quad \chi_0 = M^*/D. \quad (6)$$

Рассмотрим частный случай, когда параметры упругости материалов подложки и покрытия имеют постоянные величины E_1, μ_1 и E_2, μ_2 . Тогда условие $C=0$ дает

$$e = \frac{h_1^2 - \gamma a^2}{2(h_1 + \gamma a)}, \quad (7)$$

где $\gamma = E_2(1-\mu_1)/E_1(1-\mu_2)$.

Параметры B и D будут

$$B = E_1'(h_1 + \gamma a); \quad D = \frac{E_1'}{12} \frac{4\gamma h_1 a (h_1 + a)^2 + (h_1^2 - \gamma a^2)^2}{h_1 + \gamma a}. \quad (8)$$

Итак, изгиб пластинки при наращивании или удалении покрытия может быть моделирован приложением краевой нагрузки в виде равномерно распределенных сил N^* и моментов M^* .

3. Изгиб пластинки с покрытием при изменении температуры

Рассмотрим деформацию пластинки с покрытием толщиной a при изменении температуры только по толщине. Обозначив температуру через t и коэффициент линейного расширения через α ,

вместо (3) имеем

$$\sigma = E'(\varepsilon_0 - \chi_0 z - \alpha t).$$

Выражения для усилий получают вид

$$\left. \begin{aligned} N &= B\varepsilon_0 - [\chi_0 - N_t], \\ M &= - [\varepsilon_0 + D \chi_0 - M_t], \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

где

$$\left. \begin{aligned} N_t &= \int_{-(h_1 - e)}^{e+a} E' \alpha t dz, \\ M_t &= \int_{-(h_1 - e)}^{e+a} E' \alpha t z dz. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Если попережнему определить положение исходной плоскости из условия $C=0$ и учесть, что при свободных краях $N=M=0$ то из (9) получим

$$\varepsilon_0 = N_t/B, \quad \chi_0 = M_t/D. \quad (11)$$

Определим деформацию подложки с покрытием толщиной при равномерном изменении температуры на Δt . Считая параметры упругости и коэффициенты линейного расширения слоев α_1 и α_2 постоянными, при помощи выражений (10) получим

$$\begin{aligned} N_t &= E'_1 (\alpha_1 h_1 + \gamma \alpha_2 h_2) \Delta t, \\ M_t &= \frac{E_2^*}{2} (\alpha_1 - \alpha_2) \Delta t \frac{h_1 + h_2}{h_1 + \gamma h_2} h_1 h_2. \end{aligned}$$

Подстановка этих величин в (11) с учетом (8) дает

$$\varepsilon_0 = \frac{\alpha_1 h_1 + \alpha_2 \gamma h_2}{h_1 + \gamma h_2} \Delta t; \quad (12)$$

$$\chi_0 = \frac{\beta \gamma (\alpha_1 - \alpha_2) \Delta t (h_1 + h_2) h_1 h_2}{4 \gamma h_1 h_2 (h_1 + h_2)^2 + (h_1^2 - \gamma h_2^2)^2}. \quad (13)$$

Формула (I3) была другим путем получена в работе [I4].
 При $\mu_1 = \mu_2$ она переходит в известную формулу Тимошенко.

Из соотношения (I3) вытекает, что при заданной общей толщине наибольшей чувствительностью к нагреву обладает двухслойная пластина при $h_1^2 = \gamma h_2^2$. Термобиметалл, для которого соблюдается это условие, называется нормальным. Для определения кривизны нормального биметалла из (I3) вытекает известная формула [I2]

$$\alpha_0 = 3(\alpha_1 - \alpha_2) \Delta t / 2h, \quad (I4)$$

Сопоставление выражений (6) и (II) обнаруживает, что при изменении температуры пластинка с покрытием деформируется таким же образом, как при нагружении краевыми усилиями (IO). Эта аналогия позволяет моделировать изгиб подложки при наращивании или удалении покрытия нагревом биметаллической пластинки.

4. Изгиб пластинки с покрытием внешними сосредоточенными силами

Для определения перемещений при нагружении внешними силами полосу с покрытием обычно отождествляют с неоднородным брусом. Чтобы получить формулу кривизны бруса следует начиная с выражения (3), всюду положить $E' = E$. Тогда, используя условие $C = 0$, из (5) находим

$$\alpha_0 = M_\delta / bD, \quad (I5)$$

где $M_\delta = bM$ обозначает балочной изгибающий момент, а

$$D = \frac{E_1}{12} \frac{4\gamma h_1 h_2 (h_1 + h_2)^2 + (h_1^2 - \gamma h_2^2)^2}{h_1 + \gamma h_2}.$$

Для нормального биметалла можно формулу (I5) представить в виде [I2]

$$\alpha_0 = M_\delta / E_{np} J, \quad (I6)$$

где E_{np} и J - приведенный модуль упругости и момент инерции сечения, определяемые выражениями

$$E_{np} = 4E_1E_2/(\sqrt{E_1} + \sqrt{E_2})^2, \quad J = bh^3/12.$$

Таким образом, перемещения при изгибе полосы с покрытием внешними сосредоточенными силами можно определять известными для однородных стержней способами и готовыми формулами, заменив жесткость при изгибе однородного бруса EJ на жесткость неоднородного бруса bD . В случае нормального биметалла достаточно заменить модуль упругости E на приведенный модуль упругости E_{np} . В качестве примера укажем формулу для прогиба свободного конца консоли из нормального биметалла при нагружении свободного конца силой F :

$$f = Fl^3/3E_{np}J, \quad (16)$$

где l - длина консоли.

5. Моделирование изгиба прямой полосовой подложки при наращивании или удалении покрытия

Согласно изложенному в п.3 изгиб прямой полосы при наращивании или удалении покрытия может быть моделирован равномерным нагревом термобиметаллических полос. Для выяснения влияния ширины на изгиб первоначально прямой полосы вырезали образцы из листа нормального термобиметалла ТБ-1523 толщиной $h = 0,600$ мм, компоненты которого никельмарганцовистая сталь 20НГ и инвар 36Н имели следующие характеристики: толщины слоев $h_1 = 0,305$ мм, $h_2 = 0,295$ мм, коэффициенты линейного расширения $\alpha_1 = (18-20) \cdot 10^{-6} \text{ 1/}^\circ\text{C}$, $\alpha_2 = (1,0-1,5) \cdot 10^{-6} \text{ 1/}^\circ\text{C}$, модули упругости $E_1 = 175$ ГПа, $E_2 = 150$ ГПа [12]. Длина образцов $l = 50$ мм, ширина $b = 25; 20; 15; 10; 5; 2,5$ мм.

В качестве параметра деформации зеркальным прибором измеряли угол поворота свободного конца образца, закрепленного по консольной схеме (рис. 2) в специальный термостат. Последний имел вид сосуда с двойными стенками, между которыми в качестве теплоносителя использовалась вода. В качестве нагревательного агента использовалось органическое масло.

Образец закрепили путем защемления небольшого участка посередине короткого или длинного края, что дало термобиме-

таллу возможность при нагреве свободно деформироваться. Угол поворота определяли в середине длины свободного края, параллельного закрепленному по формуле $\varphi = \Delta A / 2L$, где ΔA - разность отсчетов по шкале при нагреве образца; L - расстояние от зеркальца до шкалы ($L = 500$ мм). По значениям угла поворота, замеренным при защемлении короткого и длинного краев, вычисляли продольную и поперечную кривизны образца по формуле $\kappa_0 = \varphi / L$.

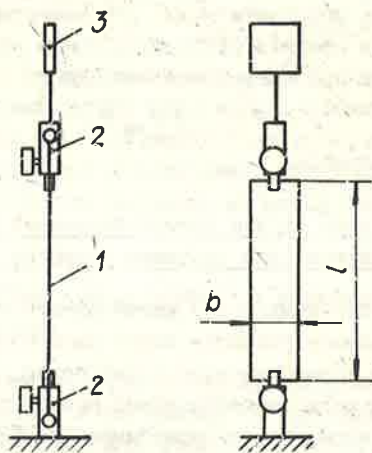


Рис. 2. Схема закрепления образца: 1 - образец; 2 - тисочки; 3 - зеркальце

Результаты определения продольной и поперечной кривизны образцов в зависимости от относительной ширины при нагреве от 20°C до 90°C приведены на рис. 3. Там же представлена полоса допуска теоретических значений кривизны, границы которой определены по формуле (14).

Из рис. 3 видно, что экспериментальные значения продольной и поперечной кривизны расположены в горизонтальной полосе допуска теоретических значений. Такой результат позволяет утверждать, что при относительной ширине больше 0,05 изгиб является сферическим. Итак, полосы изгибаются при наращивании или удалении покрытия как пластинки, и па-

раметры деформации их могут быть определены при помощи формул (6).

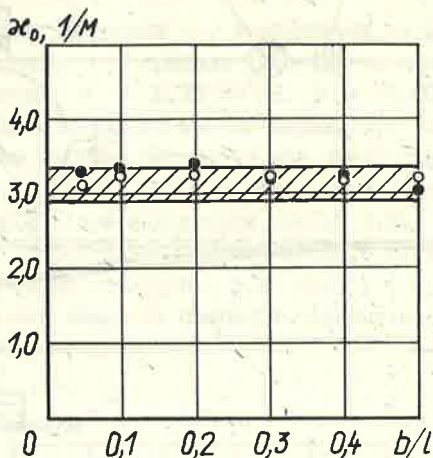


Рис. 3. Экспериментальные значения продольной (светлые кружки) и поперечной (темные кружки) кривизны при различной относительной ширине подложки и полоса допуска теоретических значений кривизны (штриховка)

При моделировании изгиба полос с покрытием изучалось также влияние длины участка заземления. Выяснилось, что при относительной ширине $b/l \leq 0,3$ длина участка заземления короткой стороны практически не влияет на изгиб полосы.

6. Моделирование изгиба прямой полосовой подложки с покрытием при нагружении внешними сосредоточенными силами

При моделировании изгиба полосовой подложки с покрытием при нагружении внешними сосредоточенными силами в качестве образцов использовались полосы, вырезанные из листа нормального тербиметалла ТБ-1523 толщиной $h = 0,59$ мм.

Схема закрепления образца и измерения прогиба дана на рис. 4.

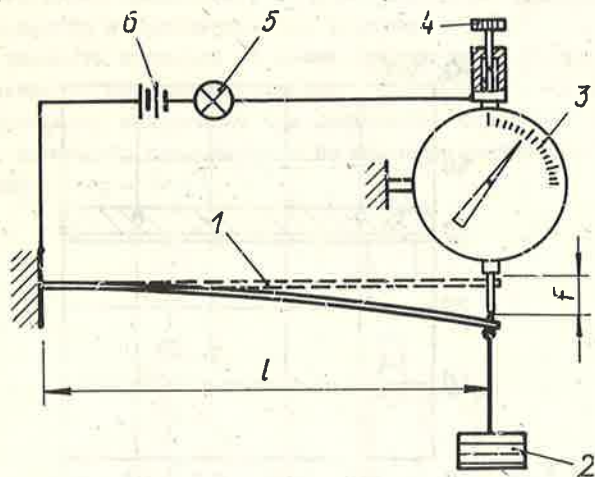


Рис. 4. Схема нагружения и измерения прогиба образца:
 1 - образец; 2 - грузы; 3 - индикатор часового типа; 4 - винт перемещения стержня индикатора;
 5 - лампочка; 6 - источник питания

Прогиб свободного конца образца при нагружении вертикальной силой измеряли индикатором часового типа с ценой деления 0,01 мм. При этом момент соприкосновения перемещаемого при помощи винта стержня индикатора и образца фиксировали накальной лампочкой, питаемой от батарейки 4,5 в.

Данные измерения прогиба образцов шириной 2,75 - 25 мм при расчетной длине консоли $l = 50,3$ мм представлены на рис. 5, где использовано умноженное на величину b/F значение прогиба, которое согласно формуле (16) есть постоянная величина. Светлыми кружками даны средние значения четырех измерений при данной ширине, значоком \square - рассеяние результатов измерения.

Результаты измерения подвергались корреляционному анализу в предположении, что между относительной шириной и

прогибом имеет место линейная регрессия, т.е.

$$fb/F = \alpha + \beta(b/l).$$

Свободный член регрессии α , коэффициент регрессии β , коэффициент корреляции r и среднее значение величины fb/F оказались следующими: $\alpha = 15,10 \text{ мм}^2/\text{Н}$, $\beta = -0,00754 \text{ мм}^2/\text{Н}$, $|r| = 0,220$, $\langle fb/F \rangle = 15,00 \text{ мм}^2/\text{Н}$. Видим, что коэффициент регрессии незначим (прямая регрессия при $\beta = 0$ показана на рис. 5), а величина коэффициента корреляции меньше критического значения $0,329$ (при надежности вывода $0,95$) [15]. Таким образом, при относительной ширине $b/l < 0,5$ изгиб полосы практически не зависит от ширины, т.е. полосу с покрытием можно при нагружении внешними сосредоточенными силами рассматривать как неоднородный брус.

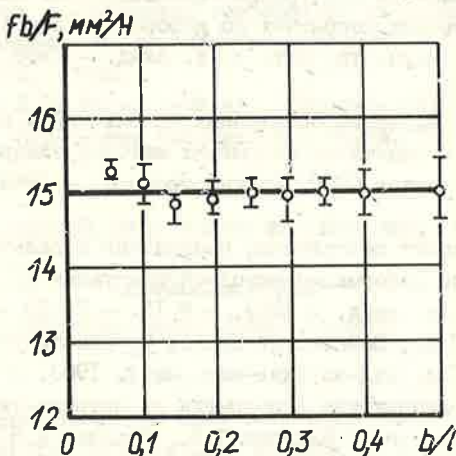


Рис. 5. Данные измерения прогиба консольных образцов различной ширины. Пояснение в тексте.

7. Выводы

В результате экспериментального моделирования изгиба прямых полосовых подложек относительной шириной $b/l = 0,05-0,5$ установлено, что при наращивании или удалении покрытия композит подложка-покрытие изгибается как неоднородная по толщине пластинка при нагружении равномерно распределенными краевыми моментами, а при нагружении внешними сосредоточенными силами - как неоднородный по высоте брус.

Л и т е р а т у р а

1. Ваграмян А.Т., Петрова Ю.С. Физико-механические свойства электролитических осадков. - М.: Изд-во АН СССР, 1960. - 206 с.
2. Кью Я.П. О расчете электрокристаллизационных напряжений в гальванических покрытиях по деформации ленточного катода // Сб. науч. тр. Эст. с.-х. акад. - 1969. - № 53. - С. 145 - 150.
3. Кью Я.П. Определение остаточных напряжений в наращенных на стержни и пластинки покрытиях методом замера деформации // Изв. вузов СССР. Машиностроение. - 1969. - № 12. - С. 47 - 51.
4. Кью Я.П. Расчет собственных напряжений в гальванических покрытиях по деформации катодной пластинки // Сб. науч. тр. Эст. с.-х. акад. - 1969. - № 13. - С. 63 - 75.
5. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. - М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1963. - 635 с.
6. Остаточные напряжения в покрытии из нитрида-титана, осажденного в вакууме / Матвеев Н.В., Краснов А.Н., Милосердов Н.В. и др. // Проблемы прочности. - 1985. - № 5. - С. 90 - 93.
7. Гальванические покрытия в машиностроении: Справочник. В 2-х томах / Под ред. М.А. Шлугера, Л.Д. Тока. - М.: Машиностроение, 1985. Т. 2. 1985. - 248 с.
8. Санжаровский А.Т. Физико-механические свойства полимерных и лакокрасочных покрытий. - М.: Химия, 1978. - 183 с.

9. Барвинок В.А., Борисов Л.Н., Фокин В.Г. Определение остаточных напряжений в покрытиях плазменного напыления // Изв. вузов. Машиностроение. - 1974. - № 5. - С. 115-119.
10. Дехтярь Л.Н. Определение остаточных напряжений в покрытиях и биметаллах. - Кишинев.: Изд-во "Картя Молдовеняскэ", 1968. - 175 с.
11. Кю Я.П. Еще раз о силовом и деформационном методах определения остаточных напряжений в покрытиях заземленных стержней и пластинок // Сб. науч. тр. Эст. с.-х. акад. - 1971. - № 67. - С. 254-261.
12. Андреева Л.Е. Упругие элементы приборов. - М.: Машиностроение, 1981. - 391 с.
13. Биргер И.А. Остаточные напряжения. - М.: Машгиз, 1963. - 232 с.
14. Кю Я.П. Задача термоупругости для свободной неоднородной пластины с изменением температуры по толщине // Тепловые напряжения в элементах конструкций. - 1979. - Вып. 19. - С. 89-91.
15. Румшинский Л.Э. Математическая обработка результатов эксперимента. Справочное пособие. - М.: Наука, 1971. - 192 с.

MODELLING BENDING OF A COATED STRAIGHT STRIP SUBSTRATE

J. Kõo, H. Lille

Estonian Agricultural Academy

S u m m a r y

In the present paper theoretical problems are considered. The results of modelling bending of a coated straight strip substrate are evaluated.

It is determined that the composite substrate - coating with the relative width of 0,05 - 0,5 by depositing or removal the coating is bending like along the thickness of a nonhomogeneous plate subjected to a uniformly distributed edge moments. But if concentrated force is acting, the same substrate-coating behaves like along the thickness of a nonhomogeneous beam.