

Wissenschaftliche Beiträge



8. Jahrgang - 1982

Sonderheft zum Thema:

III. Kolloquium Eigenspannungen
und Oberflächenverfestigung

Als Manuskript gedruckt!

Herausgeber: Der Rektor der Ingenieurhochschule Zwickau,
Redaktionsbeirat: Clauß Dietz (Vorsitzender), Dietrich Göhde, Klaus Gola, Dietmar Gonschorek, Volkmar Küntscher, Helmut Schröder, Siegfried Schumann, Rudolf Weber, Alfred Zehle, Heinz Zeidler,
verantwortlicher Redakteur: Bertram Gronwald, Redaktionsschluß: 15. Januar 1982,
Redaktion: 9540 Zwickau, Dr.-Friedrichs-Ring 2a, Tel.: 823 241, Telex: 77038.

Die Autoren veröffentlichen in den „WB“ der Ingenieurhochschule Zwickau im Dienste des Austausches wissenschaftlicher Erkenntnisse ohne Honorar. Die Rechte der Vervielfältigung und Verbreitung der in den „WB“ veröffentlichten Arbeiten liegen bei der IH Zwickau. Bezugsmöglichkeiten: Bibliothek der IH Zwickau. Die „WB“ erscheinen viermal im Jahr zum EVP von 10,00 Mark pro Heft. Die „WB“ liegen in Büchereien, den Hochschulbüchereien, Informationsstellen und Bibliotheken der Hauptpraxispartner der Industrie der DDR sowie den Partnerhochschulen im sozialistischen Ausland aus.

Druckgenehmigungsnummer: Ag 127/1652/82/600 - ZLO 6038/82, Druck und buchbindende Verarbeitung: VEB Kongreß- und Werbedruck, Oberlungwitz, Umschläge: Zentralstelle für Lehr- und Organisationsmittel des Ministeriums für Hoch- und Fachschulwesen, Zwickau.

ZUR ERMITTLUNG BLEIBENDER SPANNUNGEN
IN BELÄGEN, DIE DURCH ELEKTRISCHES
REIßEN AUFGETRAGEN WORDEN SIND

OB ОПРЕДЕЛЕНИИ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В
ПОКРЫТИЯХ, НАРАЩЕННЫХ ЭЛЕКТРОНАТИРАНИЕМ

ON THE DETERMINATION OF RESIDUAL STRESSES
IN THE DEPOSITS APPLIED BY BRUSH PLATING

Х.Я. Лилле, Я.П. Кю (Тарту)

В данном докладе рассматривается деформационный метод определения остаточных напряжений в покрытиях, наращенных электролитическим способом на тонкостенный катод, имеющий форму короткой цилиндрической оболочки разрезанной вдоль образующей (рис. 1а). Во время нанесения покрытия оболочка закреплена на оправке так, что её кромки могут свободно перемещаться в продольном и окружном направлениях (неполное стеснение) (рис. 1б).

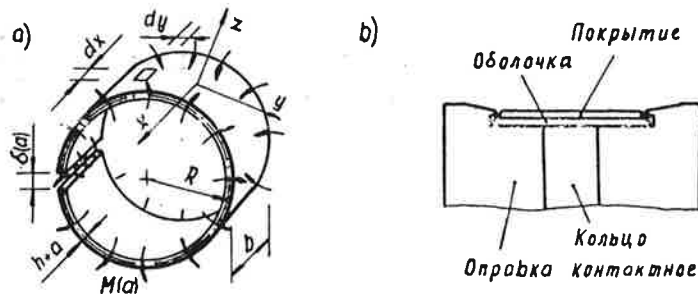


Рис. 1. а) Схема нагружения оболочки; б) Схема фиксирования катода.

После нанесения покрытия толщиной a оболочка снимается с оправки и устанавливается величина изменения зазора $\delta(a)$ между кромками продольного разреза, по которой вычисляются остаточные напряжения в покрытии.

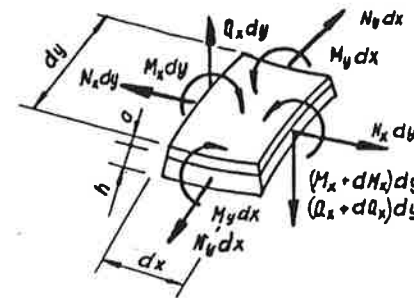
Обозначим через R_0 , b и h соответственно радиус средней поверхности, длину и толщину оболочки. Пусть E_1 и E_2 будут модули упругости оболочки и покрытия. Коэффициенты

Пуассона материалов оболочки и покрытия считаем одинаковыми, т.е. $\mu_1 = \mu_2 = \mu$.

Начало координат x, y, z поместим в срединную поверхность на расстоянии $b/2$ от торцов. Оси x, y, z направим соответственно по образующей, касательной и нормали.

Освобождение оболочки с оправки будет эквивалентно приложению момента $M(a)$ по контуру оболочки (рис. 1а). Эти моменты вызывают в оболочке с покрытием усилия N_x, N_y, Q_x, M_x, M_y .

Рассматривая равновесие элемента оболочки (рис. 2) и



предполагая при этом, что осевая сила $N_x = 0$, имеем

$$-\frac{dQ_x}{dx} = \frac{N_y}{R}, \quad (1)$$

$$\frac{dM_x}{dx} = Q_x, \quad (2)$$

где R - радиус кривизны тех волокон срединной поверхности оболочки с покрытием, которые не

Рис. 2. Усилия и моменты в оболочке.

изменили своей длины после снятия оболочки с оправки.

После дифференцирования уравнения (2) с учетом зависимости (1) найдем

$$\frac{d^2 M_x}{dx^2} + \frac{N_y}{R} = 0. \quad (3)$$

Окружная сила N_y и изгибающие моменты M_x, M_y связаны с радиальным перемещением срединной поверхности w_0 и изменением кривизны в окружном направлении $\chi(a) = \frac{1}{R} - \frac{1}{R_0}$ следующими соотношениями:

$$N_y = \frac{E_1 w_0}{R} \delta(a), \quad (4)$$

$$M_x = \frac{E_1}{12(1-\mu^2)} \frac{D(a)}{\delta(a)} \left[\frac{d^2 w_0}{dx^2} + \mu \chi(a) \right], \quad (5)$$

$$M_y = \frac{E_1}{12(1-\mu^2)} \frac{D(\alpha)}{B(\alpha)} \left[\alpha(\alpha) + \mu \frac{d^2 w_0}{dx^2} \right], \quad (6)$$

где $D(\alpha) = h^4 + 4\gamma h^3 \alpha + 6\gamma h^2 \alpha^2 + 4\gamma h \alpha^3 + \gamma^2 \alpha^4$,
 $B(\alpha) = h + \gamma \alpha$, $\gamma = E_2/E_1$.

Подставляя выражения (4), (5) в уравнение (3) и производя дифференцирование, приходим к уравнению

$$\frac{d^4 w_0}{dx^4} + 12(1-\mu^2) \frac{B^2(\alpha)}{D(\alpha)} \frac{w_0}{R^2} = 0,$$

которое можно представить в виде

$$\frac{d^4 w_0}{dx^4} + 4\beta^4 w_0 = 0, \quad (7)$$

где

$$\beta^4 = \frac{3(1-\mu^2)}{R^2} \frac{B^2(\alpha)}{D(\alpha)}.$$

Решение уравнения (7) можно представить в функциях

А.Н. Крылова

$$V_1(\beta x) = \epsilon h \beta x \cos \beta x, \quad V_2(\beta x) = \frac{1}{2} (ch \beta x \sin \beta x + sh \beta x \cos \beta x),$$

$$V_3(\beta x) = \frac{1}{2} sh \beta x \sin \beta x, \quad V_4(\beta x) = \frac{1}{4} (ch \beta x \sin \beta x - sh \beta x \cos \beta x),$$

которые связаны между собой дифференциальными соотношениями

$$V_1' = -4\beta V_4, \quad V_2' = \beta V_1, \quad V_3' = \beta V_2, \quad V_4' = \beta V_3.$$

Принимая во внимание, что радиальное перемещение w_0 является симметричной функцией относительно плоскости xz , сохраняем в выражении w_0 только четные функции:

$$w_0 = A V_1(\beta x) + C V_3(\beta x). \quad (8)$$

После определения постоянных интегрирования из граничных условий

$$Q_x = 0 \quad \text{при} \quad x = \pm \frac{b}{2} \quad ; \quad M_x = M(\alpha) \quad \text{при} \quad x = \pm \frac{b}{2}$$

вместо (8) имеем

$$w_0 = \left[\frac{12(1-\mu^2)}{E_1} \frac{B(\alpha)}{D(\alpha)} M(\alpha) - \mu \alpha(\alpha) \right] \frac{1}{\beta^2} \frac{4 \left[V_2 \frac{\beta b}{2} V_3(\beta x) - V_4 \frac{\beta b}{2} V_1(\beta x) \right]}{sh \beta b + sin \beta b}. \quad (9)$$

Это соотношение описывает форму искривленной срединной

поверхности оболочки с покрытием в продольном направлении.

Теперь установим связь внешнего момента на всей длине продольного разреза с изменением кривизны в окружном направлении. Пренебрегая при этом моментом нормальных сил $b N_y w_0$, получим

$$M = M(\alpha) b = \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} M_y dx. \quad (10)$$

Подставив выражение (9) в (6) и производя затем вычисления по формуле (10), получим

$$M(\alpha) = \frac{E_1}{12} \frac{1-\mu^2 k}{(1-\mu^2)(1-\mu k)} \frac{D(\alpha)}{B(\alpha)} \alpha(\alpha), \quad (11)$$

где

$$k = \frac{2}{\beta b} \frac{ch \beta b - \cos \beta b}{sh \beta b + \sin \beta b}. \quad (12)$$

Полученное соотношение отличается от соответствующего выражения изгибающих моментов для одноосного напряженного состояния [2] множителем

$$F = (1-\mu^2 k) / \left\{ (1-\mu^2)(1-\mu k) \right\}. \quad (13)$$

Функция k зависит кроме длины оболочки b ещё от толщины оболочки $h + a$ и радиуса R . Однако при малых деформациях можно оперировать первоначальными размерами h , R_0 и считать параметр k для данной оболочки постоянным.

С другой стороны, при толщине покрытия α , наращенного при неполном стеснении [3], момент на единицу длины оболочки $M(\alpha)$ выразится через начальные напряжения $\sigma_0(z)$ следующим образом

$$M(\alpha) = \int_0^{\alpha} \sigma_0(z) [c(z) + z] dz. \quad (14)$$

Здесь $c(z) = (h^2 - \gamma z^2) / [2(h + \gamma z)]$ — расстояние поверхности контакта покрытия и оболочки от срединной поверхности.

Приравняв выражения (14) и (11), имеем

$$\int_0^{\alpha} \sigma_0(z) [c(z) + z] dz = \frac{E_1}{12} \frac{1-\mu^2 k}{(1-\mu^2)(1-\mu k)} \frac{D(\alpha)}{B(\alpha)} \alpha(\alpha). \quad (15)$$

Эта зависимость представляет собой интегральное уравнение Вольтерра первого рода относительно искомой функции

$\delta_0(z)$. Решение его имеет вид

$$\delta_0(a) = \frac{E_1 F}{12 \pi R_0^2} \left[\frac{D(a)}{A(a)} \frac{d\delta}{da}(a) + 3\gamma \frac{A(a)}{B(a)} \delta(a) \right], \quad (I6)$$

где изменение кривизны $\kappa(a)$ выражено через изменение зазора между краями продольного разреза $\delta(a)$ при помощи зависимости

$$\kappa(a) = \frac{\delta(a)}{2 \pi R_0^2} \quad (I7)$$

и используются обозначения

$$A(a) = h^2 + 2ha + \gamma a^2.$$

Чтобы определить величину начальных напряжений в покрытии при температуре T , которая отличается от температуры при измерении зазора T_0 следует к замеренным значениям зазора $\bar{\delta}(a)$ добавить температурную поправку

$$\delta'(a) = 12 \pi R_0^2 F \frac{\gamma(\alpha_1 - \alpha_2)(T_0 - T)(h + a)ha}{D(a)}, \quad (I8)$$

где α_1 и α_2 - коэффициенты линейного температурного расширения материалов оболочки и покрытия.

Опыт показывает, что величина зазора $\delta(a) = \bar{\delta}(a) + \delta'(a)$, определенная для разных катодов при одинаковых толщинах покрытия, отличается значительно (рис. 3). Чтобы увеличить достоверность результатов, предлагаются опытные данные аппроксимировать аналитической зависимостью в предположении, что начальные напряжения $\delta_0(a)$ в поверхностном слое покрытия изменяются по дробно-линейному закону

$$\delta_0(a) = \delta_0(0) \frac{t + \gamma a}{t + c\gamma a}, \quad (I9)$$

где $\delta_0(0)$ - напряжения у поверхности контакта покрытия и оболочки ($h + a$); c - безразмерный параметр; t - окончательная толщина покрытия.

Из уравнения (II) с учетом зависимостей (I4), (I7) и (I9) находим

$$\delta(a) = \frac{24 \pi R_0^2}{E_1} F \frac{B(a)}{D(a)} \delta_0(0) \int_0^a \frac{t + \gamma z}{t + c\gamma z} [c(z) + z] dz. \quad (20)$$

В качестве примера приведем результаты определения остаточных напряжений в медном покрытии, осажденном электро-

натиранием на оболочку из латуни Л-62 из сернокислого электролита при скорости движения катода относительно анода 0,4 м/с и плотности тока 15 кА/м².

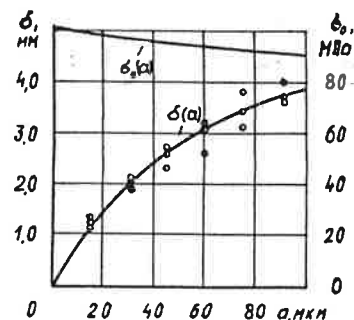


Рис. 3. Деформационная кривая $\delta(a)$ и распределение остаточных напряжений $\delta_0(a)$.

$c = 1,2$. Зависимости $\delta(a)$ и $\delta_0(0)$, соответствующие этим значениям, построены на рис. 3.

Поиск величины параметров $\delta_0(0)$ и c проводился по методу деформирующего многогранника при использовании критерия наименьших квадратов на ЭВМ "Наири 3-2" при следующих исходных данных: $E_1 = 9,5 \cdot 10^4$ МПа, $E_2 = 1,1 \cdot 10^5$ МПа, $\mu = 0,34$, $b = 11$ мм, $R_0 = 15,4$ мм, $\alpha_1 = 20,6 \cdot 10^{-6}$ 1/град, $\alpha_2 = 1,65 \cdot 10^{-6}$ 1/град, $T_0 = 293^\circ$ К, $T = 368^\circ$ К. Параметры оказались равными $\delta_0(0) = 101$ МПа,

ЛИТЕРАТУРА

1. Бидерман В.Л. Чистый изгиб тонкой полосы. - Тр. кафедры "Сопротивление материалов" МВТУ им. Баумана. М., 1947, с. 113-123.
2. Лилле Х.Я. Исследование остаточных напряжений в гальванических покрытиях, наращенных методом электронатирания. - Науч. тр./ Эстонская с.-х. академия, 1977, № 114, с. 31-40.
3. Кю Я.П. Ещё раз и силовом и деформационном методах определения остаточных напряжений в покрытиях зашпеченных стержней и пластинок. - Науч. тр./ Эстонская с.-х. академия, 1971, № 67, с. 254-262.